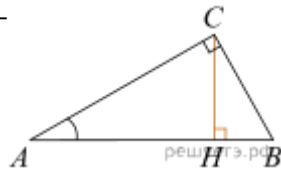
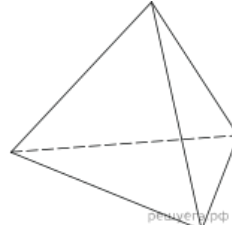


ЧУДО «Учебный центр «XXI век»»
Пробный вариант ЕГЭ по профильной математике по модели
ЕГЭ 2023 г.

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH - высота, $BC = 5$, $\cos A = \frac{7}{25}$. Найдите BH .



2. Во сколько раз уменьшится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра уменьшить в три раза?



3. В сборнике билетов по философии всего 50 билетов, в 11 из них встречается вопрос по теме "Пифагор". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не** достанется вопроса по теме "Пифагор".

4. Игральную кость бросили два раза. Известно, что два очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 10».

5. Решите уравнение $\sqrt{15 + 2x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

6. Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{4}\right)^{2+x} = 64$.

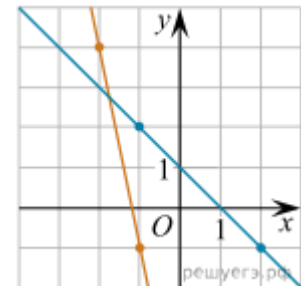
7. Найдите $\log_a \frac{a^7}{b^3}$, если $\log_a b = 10$.

8. Найдите значение выражения: $2^{10} \cdot 3^6 : 6^5$.

9. Груз массой 0,43 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 18$ с — период колебаний, $v_0 = 2$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 6 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

10. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 42 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 8 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



12. а) Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + \sin x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

13. В правильной четырехугольной призме $KLMNK_1L_1M_1N_1$ точка E делит боковое ребро KK_1 в отношении $KE : EK_1 = 1 : 3$. Через точки L и E проведена плоскость α , параллельная прямой KM и пересекающая ребро NN_1 в точке F .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро NN_1 пополам.

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью грани $KLMN$, если известно, что $KL = 6$, $KK_1 = 4$.

14. Решите неравенство:

$$\log_{\sqrt{3}-1}(9^{|x|} - 2 \cdot 3^{|x|}) \leq \log_{\sqrt{3}-1}(2 \cdot 3^{|x|} - 3).$$

15. В июле планируется взять кредит на сумму 69 510 рублей.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

16. На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опустили высоту CH . Из точки H на катеты опустили перпендикуляры HK и HE .

- а) Докажите, что точки A , B , K и E лежат на одной окружности.
- б) Найдите радиус этой окружности, если $AB = 24$, $CH = 7$.

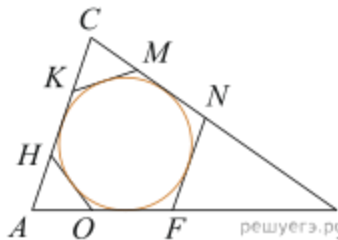
17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых

система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a, \\ 2xy = 2a - 1 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

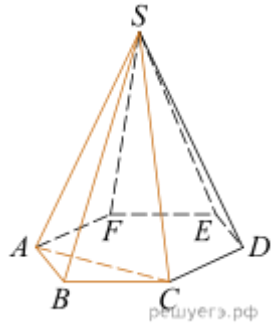
18. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?
- б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 800?
- в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 111.

ЧУДО «Учебный центр «XXI век»»
Пробный вариант ЕГЭ по профильной математике по модели
ЕГЭ 2023 г. 16.10.2022



1. В треугольнике ABC проведены три касательные к окружности, вписанной в треугольник ABC , проведенны три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.



2. Объем треугольной пирамиды $SABC$, являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$, равен 21. Найдите объем шестиугольной пирамиды.

3. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 12, но не дойдя до отметки 3.

4. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько

выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

В ответе укажите наименьшее необходимое количество выстрелов.

5. Найдите корень уравнения $\frac{1}{6x - 10} = \frac{1}{11}$.

6. Найдите значение выражения $\frac{5^{3,2} \cdot 6^{4,2}}{30^{4,2}}$.

7. Найдите значение выражения $\frac{-10 \sin 97^\circ \cdot \cos 97^\circ}{\sin 194^\circ}$.

8.

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 75$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,4$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на

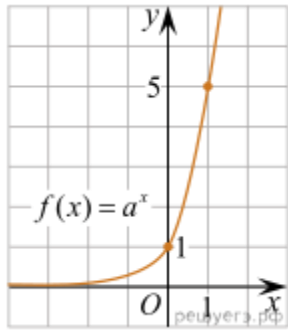
этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 60 В? Ответ выразите в омах.

9. Груз массой 0,16 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется

по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 12$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая

энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 7 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

10. Смешали некоторое количество 16-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 12-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?



11. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(2)$.

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}.$$

12. а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

13. В правильном тетраэдре $ABCD$ точка K — центр грани ABD , точка M — центр грани ACD .

а) Докажите, что прямые BC и KM параллельны.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABD .

$$9^{\lg x} + x^{2 \lg 3} \leq \frac{2}{3}.$$

14. Решите неравенство:

15. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 900 000 рублей на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа с 1 по 12 месяц долг должен уменьшаться на одну и ту же сумму;

– 15-го числа 13 месяца долг должен быть погашен.

Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 12 месяца, если всего было выплачено 1134 тысяч рублей?

16. В треугольнике ABC угол A равен 120° . Прямые, содержащие высоты BM и CN треугольника ABC , пересекаются в точке H . Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC .

а) Докажите, что $AH = AO$.

б) Найдите площадь треугольника AHO , если $BC = \sqrt{15}$, $\angle ABC = 45^\circ$.

17. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 10x + a^2}{\sqrt{(a - x + 8)(a + x - 3)}} = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[2; 6]$.

18. В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 800 000 рублей (размер премии каждого сотрудника — целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 250 купюр по 1000 рублей и 110 купюр по 5000 рублей.

а) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?

б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 80 000 рублей, а остальное поделить поровну на 80 сотрудников?

в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?